13

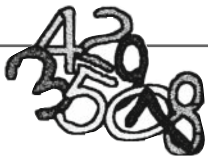
Kopf und Zahl

JOURNAL

des **Vereins für Lerntherapie und Dyskalkulie e.V.**
in Zusammenarbeit mit den **Mathematischen Instituten zur Behandlung der Rechenschwäche**

13. AUSGABE, Frühjahr 2010

www.dyskalkulie.de



Rechenschwäche erkennen

Förderkonzeptionen für rechenschwache Kinder entwickeln

Ein Plädoyer für den Wissenstransfer von Facheinrichtungen an Kitas, Schulen und Beratungsstellen

Christian Bussebaum, MLI Düsseldorf

Es ist keine Frage, **ob** Kinder mit einer Rechenschwäche/Dyskalkulie in Ihrem Mathematikunterricht sitzen, es ist eine Frage **wie viele** es sind. Und es ist eine für die Förderung entscheidende Frage, wie Sie diese Kinder erkennen können, wie sie sich von denjenigen Kindern unterscheiden, die nur punktuelle Schwierigkeiten in Mathematik aufweisen.

Lehrer wissen aus ihrem Alltag, dass es schwer ist zu entscheiden, ob es sich bei den Schwierigkeiten eines Kindes eventuell um eine Rechenschwäche handelt, die sich ohne geeignete Förderung ganz sicher nicht von selbst „auswachsen“ würde. So fielen bei einer Hospitation in einer dritten Grundschulklasse mit 26 Schülerinnen und Schülern die folgenden drei Kinder ins Auge:

Charlotte war eine recht gute Schülerin. Sie hatte seit Einführung der schriftlichen Rechenverfahren für die Addition und Subtraktion sehr viel weniger Probleme beim Rechnen, das kleine 1x1 konnte sie auswendig. Förderstunden in Mathematik wurden zwar Mitte der zweiten Klasse angedacht, dann aber wieder verworfen, weil sie zwar beim Rechnen schlechter als in anderen Lernbereichen war, aber im Klassenvergleich doch nicht eine der Schlechtesten zu sein schien. **Marvin** tat sich beim Lernen insgesamt etwas schwer. Die Situation wurde besser, seitdem er in Folge der Diagnose ADHS vorsichtig medikamentiert wurde. In Mathematik hatte er aber weiterhin große Probleme, weshalb er schulisch gefördert wurde. Dieselben Förderstunden besuchte auch **Mathilda**, allerdings bereits seit einem Jahr ohne größeren Erfolg. Ansonsten war sie sehr aufgeweckt, neigt aber in der vorangegangenen Zeit erstaunlicherweise auch in ihrem eigentlich starken Fach Deutsch zu Verweigerungen.

Was diese drei sehr unterschiedlichen Kinder eint, ist das Vorliegen einer Dyskalkulie/Rechenschwäche. Sie sind ein Beispiel dafür, dass es leider noch immer zu häufig so ist, dass rechenschwache Kinder nicht oder erst sehr spät erkannt werden und dass der schulische Förderunterricht, soweit sie ihn (s. o.) überhaupt besuchen, bei ihnen nicht nachhaltig greift.

Trotz und gerade auch angesichts großer Klassen und relativ geringer Kontingente für Kleingruppenförderung können **Lehrerfortbildungen zum Thema Rechenschwäche/Dyskalkulie** Schulen in ihrer Arbeit mit rechenschwachen Kindern erheblich helfen. Die Auswertung von über 400 Fortbildungen, die z. B. das MLI in den letzten 10 Jahren in Düsseldorf und Umgebung moderierte, trug dazu bei, Beobachtungskriterien für Lehrer, die es ihnen ermöglichen, Rechenschwächen zu erkennen, zunehmend exakter aufzuzeigen und tragfähige Ansätze zu entwickeln, wie rechenschwachen Kindern in der Schule geholfen werden kann. Im Folgenden werden drei Fortbildungsmodule vorgestellt, deren Ziel es ist, Schulen substantiell beim Erkennen von Rechenschwäche und bei der Förderung rechenschwacher Kinder zu helfen. Alle Einrichtungen, die an der Ent-

Inhalt

stehung dieses Journals beteiligt sind, bieten solche oder ähnliche Fortbildungen an.

Fortbildungsmodul 1:

Das Fortbildungsmodul 1 richtet sich gleichermaßen an Kindergärten, ErzieherInnen und Grundschulen. Es sollte in diesem Kontext darum gehen, Anlagen zu einer Rechenschwäche möglichst früh vorschulisch zu erkennen, um präventiv noch vor dem ersten Schultag bzw. in den ersten Schulwochen gegensteuern zu können. Entsprechend wichtig ist es, schon bei den Anmeldungen zur Einschulung zu wissen, worauf man bezüglich der mathematischen Kompetenzen achten sollte.

Themen dieses Moduls sind daher:

1.1 Zählfertigkeiten

Es ist einerseits unerlässlich, dass ein Vorschulkind *sicher bis 10 zählen* kann und die entsprechenden Zahlen auch erkennt und *von 10 an auch rückwärts* zählen kann. Zudem gilt es, beim Zählen auch das *Weiterzählen* („zähle von 6 an weiter, zähle von 7 aus rückwärts“, counting-on-Prinzip) im Unterschied zum „immer von vorne“ beginnenden Zählen zu unterscheiden. Letzteres („counting-all-Prinzip“) spricht für eine relativ schlechte Orientierung im Zahlengedicht. Bei der Erarbeitung der Zahlwortreihe ist zudem darauf zu achten, dass die Zahlennamen im Zusammenhang mit *strukturierten Anschauungsmaterialien* erlernt werden. Also gilt es, Zahlennamen möglichst nicht ohne dargestellte Anzahlen einzuüben. Das pure anschauungslose Aufsagen des Zahlengedichtes führt eher dazu, dass sich Kinder Zahlen als Reim, nicht aber als Zeichen/Namen für Anzahlen vorstellen. Die gewählten Anzahldarstellungen sollten strukturiert sein, so sollte der Bezug zum 5er und 10er ersichtlich sein, auch Darstellungen, die sich Dopplerstrukturen bedienen, wie dies teilweise der Würfel tut, sind sinnvolle Darstellungen, die das Erlernen der Zahlwortreihe begleiten sollten.

1.2 Zahlen als Anzahlen (Würfel- und Fingerbilder)

Bereits Vorschulkinder können *Zahlen als Stellvertreter für Mengen/Anzahlen* verstehen. Eine *Simultanerfassung* von Anzahlen bis 3 bzw. 4 sollte möglich sein und bis zur Einschulung völlig abgesichert werden. Über diese Anzahlen hinaus ist eine Simultanerfassung nicht möglich. Auch Erwachsene setzen bei Mengenerfassungen über 4 Anzahlen durch kleinere Teile zusammen. Erkenntlich ist dies auch an den Würfelbildern: Die größte linear angeordnete Anzahl ist hier die 3, bereits die 4 ist als „Doppelzwei“ dargestellt, die fünf als „Doppelzwei“ plus eins, die 6 als Doppeldrei. Man kann sich also dem Anzahlgedanken von Zahlen durchaus über *Würfelbilder* annähern. In diesem Sinne gilt es, Strukturen (z. B. 5 als 3 und 2 oder 4 und 1) zu erkennen und in den Würfelbildern (farblich) kenntlich zu machen. Dies kann durchaus begleitend bei jedem Würfelspiel erfolgen. Allerdings ist darauf zu achten, ob die Würfelbilder nur in Form eines Bildes quasi auswendig gelernt sind oder aber, ob der Anzahlaspekt bei Anzahlen bis 6 erfasst ist. Eine Überprüfungsmöglichkeit besteht darin, nachdem ein Kind den Anzahlnamen eines mit Plättchen gelegten Würfelbildes der 5 oder 6 sicher benannt hat, die klare bildlich-räumliche Darstellung mit dem Hinweis „ich nehme von den Würfelpunkten jetzt keinen weg und tue auch keinen dazu“ deutlich zu verändern. Dann heißt die Frage: Wie viele Punkte sind jetzt da? Sind es mehr, weniger oder gleich viel wie vorher?

Zählt ein Kind die Würfelpunkte daraufhin erneut durch, ist dies ein deutlicher Hinweis auf ein unzureichendes Verständnis der *Mengenkonstanz/Invarianz*. Der Anzahlgedanke ist defizitär. Dieses Verständnis wird aber in den meisten Schulbüchern vorausgesetzt bzw. ist kaum Gegenstand schulischer Erarbeitung. Das Kind sollte bei der Einschulung bereits verstehen, dass eine räumliche Veränderung von Elementen keinen Einfluss auf die Anzahl der Elemente hat und daher nach einer Raum-Lage-Veränderung nicht erneut gezählt werden muss. Hat ein Kind dieses Verständnis bei der Einschulung noch nicht, liegen Folgeprobleme bei der nicht zählenden Erkennung von Zahl/Mengenstrukturen nahe. Diese Kinder haben einen erheblich erschwerten Umgang mit schulischen Anschauungsmaterialien. Immer wieder Abzählen nährt dann ein Verständnis des später folgenden Rechnens als reines Abzählen. Vom zählenden Rechnen trennen sich solche Kinder erheblich schwerer. Wenn man bedenkt, dass Mathematikdidaktiker, z. B. Prof. Schipper (Universität Bielefeld) oder Prof. Gerster (PH Freiburg) davon ausgehen, dass eine Rechenschwäche droht oder aber bereits vorhanden ist, wenn Kinder Ende der ersten Klasse im Zahlenraum 10 noch zählend rechnen, kommt diesen Überlegungen ein besonderes Gewicht zu.

Fingerbilder bis 10 sollten spontan erkannt und auch von den Kindern selbst gezeigt werden können. Wenn dies abgesichert funktioniert, bedeutet es in der Regel, dass die den Fingerbildern zugrunde liegenden 5er und 10er Beziehungen als erleichternde Bezugspunkte der Anzahlbestimmung genutzt werden. Und eben dieser 5er/10er-Blick sollte bereits vorschulisch gefördert werden, damit in der Schule beim Rechnen bereits auf strukturierte Fingerbilder zurückgegriffen werden kann. Haben Kinder ihre Finger erst einmal als strukturierte Mengenbilder erkannt und abgesichert, haben sie hervorragende Grundlagen erworben, um sich im Verlauf des Eingangsunterrichts vom rein abzählenden Rechnen nachhaltig zu trennen.

Entlang solcher Überlegungen kann in Fortbildungen für ErzieherInnen und LehrerInnen ein Konzept basaler mathematischer Arbeit aufgebaut werden, mit dem auch spielerisch entscheidende mathematische Einsichten gefördert werden. So kann die Nahtstelle zwischen Schule und Kindergarten sowie das erste Schuljahr sinnvoll zur Prävention von Rechenschwäche genutzt werden.

Fortbildungsmodul 2

Da die entscheidende Phase für die Ausprägung einer Rechenschwäche/Dyskalkulie der Anfangsunterricht ist, gilt es, in einem Fortbildungsmodul 2 speziell für LehrerInnen Wege zum Erkennen einer Rechenschwäche und zur Abkehr vom „Zählenden Rechnen" zu erörtern.

Möglichst praxisnah wird die frühe Erkennung und die Förderung rechenschwacher Kinder besprochen. Die Erarbeitung eines tragfähigen Mengen- und Zahlbegriffs und grundlegender Operationsvorstellungen ist dabei ebenso wichtig, wie Konzepte zur Abkehr vom zählenden Rechnen zu entwickeln und Zahlbezüge zu erkennen.

Zudem geht es darum, welche Erkenntnisse hieraus für den Mathematikunterricht der gesamten Klasse – also auch für die rechenstarken Kinder – gewonnen werden können.

Themen des Moduls 2 sind daher:

2.1 Wie erkennt man Rechenschwäche – diagnostischer Blick für LehrerInnen: Wie rechnet ein rechenschwaches Kind?

- Die Kunst des Zählens oder das Alphabet: Rechenschwache Schüler lernen auswendig und sind in aller Regel dennoch (ab)zählende Rechner
- Fehlerkorrektur durch Rechenregeln und wie „Tipps" das Problem häufig verstärken (Schwerpunkt Elternarbeit)
- Analyse von Lösungen der Aufgabenstellung mit diagnostischer Relevanz für den Unterricht

2.2 Methodische Konsequenzen für den regulären Mathematikunterricht auch für Rechenstarke und für die individuelle Förderung: Rechengeschichten, Handlung am Material, bildliche Darstellungen

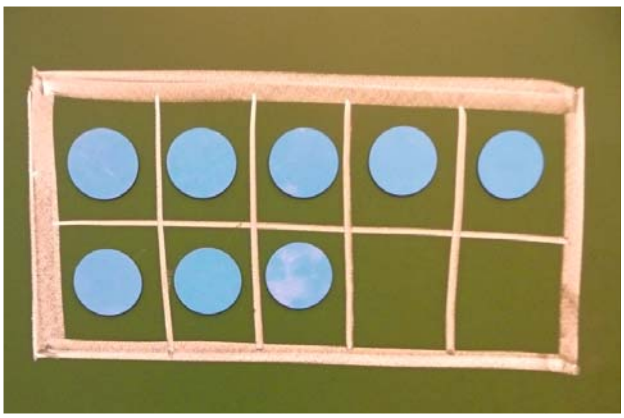
2.3 Förderplan für rechenschwache Kinder – Anzahlvergleich, Fingerbilder, Zehnerrahmen:

- Mehr – weniger – gleich viel, Invarianz
- Mengenoperationen, Rechnen mit Fingerbildern
- Gesamtes und Teile, Zahlstrukturen erkennen statt zählend rechnen

Dieses Modul befasst sich damit, Schulungen im Erkennen von Rechenschwäche durch Fehleranalyse, Hinweise zur Psychologie kindlichen Verhaltens, Tipps für die Elternarbeit und die Schärfung des diagnostischen Blicks unter Zuhilfenahme von Symptomfragebögen (z. B. bei arbeitskreis-lernforschung.de oder rechenschwäche.de) anzubieten. Darauf aufbauend werden dann ausführlich Wege zur Erarbeitung nicht zählender Rechenstrategien besprochen. Idealiter sollten Anfang der zweiten Klasse alle Schüler im Zahlenraum 20 in nicht zählenden Rechenverfahren (Kopf)rechnen können.

Aus unserer Sicht kommt dabei der Arbeit mit dem Zehnerrahmen (fünf Felder oben, fünf Felder unten) in Abgrenzung zur linearen Zehnerkette ebenso große Bedeutung zu wie der Arbeit mit strukturierten Fingerbildern. Die Letzteren sind häufig zu Unrecht als Anschauungsmaterial verpönt.

Fingerbilder besitzen eine natürliche Fünfer- und Zehnerstruktur, die es als Gliederung von Anzahlen zu verstehen gilt. Insofern dies geschehen ist, können Finger unter Zuhilfenahme der Zahlzerlegung auch als anschauliche und sinnvolle Stütze beim zehnerüber- und unterschreitenden Rechnen verwendet werden. Zum einen ist die Arbeit an Fingerbildern deshalb so sinnvoll, weil es das einzige Anschauungsmaterial ist, über das Kinder auch außerhalb des Klassenzimmers verfügen; es wäre doch mehr als schade,



wenn rechenschwache Kinder immer wieder ins zählende Rechnen zurückfallen, weil gerade keine Wendeplättchen oder Ähnliches vorhanden ist. Zum anderen gilt es, die Nähe zu anderen Zahlen, Zahlzerlegungen und die erleichternden Strukturen, wie etwa die „Kraft der 5“, Kindern auch an ihrem eigenen Material deutlich zu machen und daran die Vorteile nicht zählender Rechenstrategie zu beweisen.

Betrachten Sie etwa das Fingerbild der 8. Woher wissen Sie, dass das 8 sind? Es wird unmittelbar deutlich, welch ein Unterschied es ist, in diesem Bild nur mehrere einzelne Finger zu sehen, die man immer wieder nachzählen muss, ob es immer noch 8 sind, oder aber ob Sie darin 5 und 3 sehen, die zusammen 8 sind. Aus Letzterem folgt dann, dass 8 minus 5 dann 3 sind (dabei wird die „volle“ Hand in einer Bewegung eingeklappt). Des weiteren gilt es, andere mögliche Zahlzerlegungen entlang des Fingerbildes zu thematisieren. Dies gilt auch für die Nähe der Zahl 8 zur 10. Wenn Sie eine 8 zeigen, bleiben 2 Finger eingeklappt. Gerade diese Finger sind ebenfalls zentraler Bestandteil einer sinnvollen Arbeit mit Fingerbildern.

Nur wenn Kinder ihre Finger als reine (Ab)Zählhilfe benutzen und eben keine Zahlenzusammenhänge darin erkennen, laufen sie immer wieder Gefahr, selbst bei Zahlenraumerweiterungen auf 20 oder 100 ins rein abzählende Rechnen zurückzufallen. Hier ist tatsächlich höchste Aufmerksamkeit geboten. Es ist nämlich durchaus möglich, dass rechenschwache Kinder nach anfänglichen Fördererfolgen in zählendes Rechnen zurückfallen, wenn zu früh der Zahlenraum auf 100 erweitert wird.

Allerdings können Fingerbilder nicht das einzige Material des Mathematikunterrichts sein, denn eine Übertragung des Erlernten auf ein anderes Material ist als Überprüfung unerlässlich. Eine kritische Würdigung von Anschauungsmaterialien ist in einem solchen zweiten Fortbildungsmodul im Rahmen der Besprechung der methodischen Konsequenzen sehr sinnvoll, „da kaum eine Frage bezüglich des Mathematikunterrichts häufiger gestellt wird als die nach dem geeigneten Anschauungs- und Unterrichtsmaterial bis hin zur Frage nach dem geeigneten Schulbuch.“ (vergl. Kapitel 12 des Buches Rechenschwäche/Dyskalkulie, Symptome-Früherkennung-Förderung von Brühl, Bussebaum et al, Osnabrück 2003). In der Regel sind an den Schulen nicht zu wenig Unterrichtsmaterialien vorhanden, schwierig ist die sinnvolle Anwendung des geeigneten Materials.

Fortbildungsmodul 3

In der zweiten Klasse sind die Bündelungslogik des Zehnersystems und die Operationsvorstellungen der Punktrechenarten die massivsten Hürden für rechenschwache Schüler. Es kommt durchaus vor, dass rechenschwache Schüler Zehner mit Einern verrechnen, Verzählfehler um 1 produzieren und vor allem die Nähe zu anderen Zahlen im Zahlenraum 100 nicht erkennen, sich erleichternder Zahlenbezüge nicht bedienen können etc. Gerade die Subtraktion mit Zehnerunterschreitung bereitet häufig schier unüberwindliche Schwierigkeiten. Später wird versucht, die Multiplikationsreihen ohne Verständnis auswendig zu lernen, und in der dritten Klasse muss das Einmaleins wiederholt werden, obwohl es doch in der 2. Klasse scheinbar schon gekonnt war. Rechengeschichten können rechenschwache Kinder zu vorgegebenen Multiplikationsaufgaben meist nicht eigenständig entwickeln. Auch dies ist ein Zeichen für die zweite zentrale Verständnisschwierigkeit in der zweiten Klasse: Das Operationsverständnis der Punktrechenarten ist sehr häufig nicht gegeben, obwohl ein Kind „Reihen auswendig“ aufsagen kann. Häufiges Üben führt dann auch nicht zum anhaltenden Erfolg. Aufgaben, die das Kind heute kann, hat es am nächsten Tag schon vergessen. Zunehmend registrieren wir in unseren Diagnostiken, dass bei Kindern und Jugendlichen auch ein angemessen abgesicherter Mengen- und Zahlbegriff nicht dazu beigetragen hat, dass darauf aufbauende Anforderungen wie „Zahlennähen erkennen“, „Kopfrechnen im Zahlenraum 100“, „Operationsvorstellungen der Multiplikation und Division entwickeln“ bewältigt werden konnten. Dies liegt daran, dass weitere grundlegende mathematische Zusammenhänge nicht erkannt wurden, Lösungswege mit Eselsbrücken auswendig gelernt wurden, die dann wieder vergessen oder bei abweichender Aufgabenstellung nicht angewandt werden können.

Das Fortbildungsmodul 3 wird daher weitere Hilfestellungen geben, wie Problemen beim Erlernen der Mathematik jenseits des Anfangsunterrichts besser begegnet werden kann.

Themen dieses Moduls sind daher:

3.1 Rechenschwäche – Wie erkenne ich sie in Klasse 2, 3 und 4?

- Fortschritte beim zählenden Rechnen (Zahlenraum 100)

- Tricks verschärfen die Problematik (zu früh angewandte schriftliche Verfahren etc.)
- Was ist so schwer bei „großen Zahlen“? (Stellenwerte, Bündeln – Entbündeln)
- Neu zu lernende Gedichte: Multiplikation und Division (Kein Verständnis von Kernaufgaben und den eigentlichen Operationen)

3.2 Förderplan für rechenschwache Kinder – Konzepte auch für den Regelunterricht

- Ablösung vom zählenden Rechnen (Vertiefung)
- Das Gesamte und seine Teile – Zahlbeziehungen (Vertiefung)
- Zugang finden zum Stellenwertsystem, Zehner/Hunderter-über- und -unterschreitendes Rechnen
- Der Portionsgedanke bei den Punktrechenarten – Tragfähige Grundlagen entwickeln

Quer durch die drei Fortbildungsmodule ziehen sich zwei rote Fäden: a) Schulen und Beratungsstellen müssen gestärkt werden beim Erkennen rechenschwacher Kinder und b) die Nachhaltigkeit der schulischen Förderung muss ausgebaut werden. An dieser Stelle ist es besonders wichtig zu bemerken, dass ein frühes Erkennen – das bedeutet vorschulisch oder aber in der ersten Klasse – einer Rechenschwäche oder ihrer frühen Anzeichen die Chancen stark erhöht, eine Rechenschwäche ohne größere therapeutische Interventionen zu beheben.

In diesem Sinne möchte ich uns als Lerntherapeuten und Sie als LehrerInnen oder auch Mitarbeiter von Beratungsstellen motivieren, die vorhandenen Zusammenarbeiten zu verstärken, durch Fortbildungen und Gespräche zu einem Wissenstransfer von Facheinrichtungen zur Schule/Schulbehörden und zurück beizutragen. Rechenschwäche ist behebbar, und der erste Ort dafür ist nach der Präventivarbeit in den Kindergärten eindeutig die Schule. Erst wenn die schulischen Möglichkeiten nicht ausreichen, brauchen rechenschwache Kinder außerschulische Hilfe, dann allerdings von spezialisierten Facheinrichtungen, deren Güte sie nicht zuletzt an ihren Fortbildungsangeboten und ihrer Praxis überprüfen können.

Leicht gesagt …

Wolfgang Hoffmann,
Mathematisch Lerntherapeutisches Zentrum
Dortmund – Bochum – Lüdenscheid

Dass wir ein Fan von klassischen Kinderspielen sind, dürfte bei der regelmäßigen Lektüre unseres Journals keinem verborgen geblieben sein. Deshalb nicht noch einmal, warum wir diesen Standpunkt vertreten und ein Verweis auf die vorherigen Ausgaben von „Kopf und Zahl“. Die Reaktionen reichen von „völlig unmodern“ bis zu „das war mal nötig“. Den Kritikern möchten wir an dieser Stelle zu bedenken geben, ob das Urteil „unmodern“, „nicht zeitgemäß“ oder ähnliches wirklich der Sache (also dem zu erlernenden Inhalt) adäquat ist oder nicht. Es verhält sich vom Prinzip des Gedanken her wie bei Fragen zur Didaktik: Zählen sollte der Nährwert der ganzen Angelegenheit sein und nicht, ob es sich hier um den allerneuesten Dreh aus den oberen Abteilungen der universitären Forschung handelt.

An Nährwert hat dieses uralte Spiel, was wir in dieser Ausgabe allen wärmstens empfehlen möchten, eine Menge zu bieten. Das Regelwerk des Spiels unterstellen wir einmal als bekannt (wenn nicht, lesen Sie bitte die Packungsbeilage oder fragen Sie Ihre Oma oder Ihren Opa).

Bei der Betrachtung von „Mensch ärgere dich nicht“ möchte ich folgende Aspekte aufgreifen, die für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter, aber auch bei der Förderung von rechenschwachen Kindern von Bedeutung sind:

1. Die pädagogische Absicht des Spiels
2. Würfelbilder
3. Mensch ärgere dich nicht: Falsch und richtig gespielt

1. Die pädagogische Absicht des Spiels

Dazu nur ganz kurz, weil der Name des Spiels eigentlich schon Programm genug ist:

Natürlich muss der Nachwuchs lernen, nach einem verlorenen Spiel nicht gleich in die Luft zu gehen.

Deshalb ist das Fazit zum ersten Punkt schnell gezogen: Eine kleine Modifikation im Titel des Spiels hätte es gebracht:

Mensch ärgere Dich ...

... ABER BITTE VERNÜNFTIG!

So viel zur pädagogischen Absicht des Spiels, nun zur Mathematik.

2. Würfelbilder

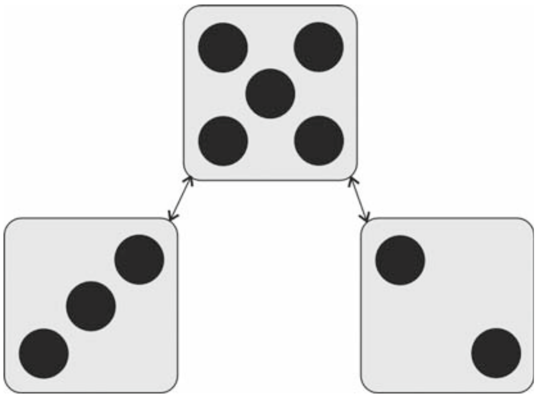
Die Würfelbilder sollte das Kind bei diesem Spiel natürlich beherrschen. Aber was bedeutet eigentlich „beherrschen“?

Wenn ein Kind die einzelnen Punkte des Würfels immer wieder abzählen muss, dann kann dies ein Zeichen dafür sein, dass das Kind mit dem Zahlwort „Fünf“ nicht die Gesamtanzahl der abgezählten Punkte identifiziert, sondern lediglich den Fünften. Ein deutliches Anzeichen dafür, dass es einen zentralen Teil des kardinalen Aspekts der Zahl nicht oder auch noch nicht verinnerlicht hat. Es sieht Zahlen als einzelne Punkte, Positionen oder „Dinger“ an, die einen Namen und eine Abfolge haben und nicht als stellvertretendes Symbol für eine ganz bestimmte **Gesamtanzahl**.

Wie verhält es sich nun, wenn das Kind bei Vorlage der entsprechenden Würfelbilder spontan den richtigen Zahlnamen benennen kann? Hat es dann die Sache verstanden? Das kann so sein, muss es aber nicht. Und dies betrifft einen weiteren zentralen Teil des kardinalen Aspekts der Zahl, nämlich, dass Zahlen aus Zahlen zusammengebaut sind, etwa die Fünf aus der Zahl Drei und der Zahl Zwei. Die richtige Antwort des Kindes kann also auch daraus resultieren, dass es die Würfelbilder schlicht weg als Bilder einfach auswendig gelernt hat, ähnlich wie Analphabeten bestimmte Wörter vom visuellen Eindruck her auswendig lernen, ohne dass sie irgendetwas mit der phonetischen Abfolge der einzelnen Buchstaben verbinden, eben nicht lesen können.

Jetzt könnte man sagen: „Na und, Hauptsache das Kind erkennt sofort die Würfelbilder. Tue ich ja auch. Ich rechne ja auch nicht 3+2=5, wenn ich eine Fünf gewürfelt habe!“ Stimmt, aber bei einem Vorschulkind oder auch rechenschwachen Kind sieht die Lage ein wenig anders aus: Der Aufbau, die Struktur (oder wie man es auch immer nennen mag) von Zahlen ist nun einmal das entscheidende Werkzeug zum Erlernen des Rechnens. Wer nicht verstanden hat, dass die Zahl Fünf aus einer Drei und einer Zwei besteht, dem bleibt bei der Lösung von Aufgaben wie 5–3 oder 3+2 nichts anderes übrig, als sie abzählend zu lösen. Damit ist dann eine Fahrkarte in eine sich manifestierende Rechenschwäche/Dyskalkulie gelöst: Ein „Zählkind“ entsteht, wenn es mit Additionen und Subtraktionen keine adäquaten Mengenoperationen verbindet, sondern nur Aufforderungen zum Auf- oder Abwärtszählen auswendig gelernter Zahlwortreihen. Im zweiten Schuljahr sieht dies dann nicht anders aus: Das Kind lernt neue Zahlwortreihen (Ein-mal-eins-Reihen), die es abzählend bewältigen muss. Von den Rechenarten und deren Zusammenhängen haben diese Kinder oft keine Ahnung, aber richtige Ergebnisse können da gerade von teilleistungsschwachen Kindern jede Menge produziert werden, bis die ganze Angelegenheit durch Übung und Auswendiglernen nicht mehr zu halten ist, in der Regel in der 3. und 4. Klasse.

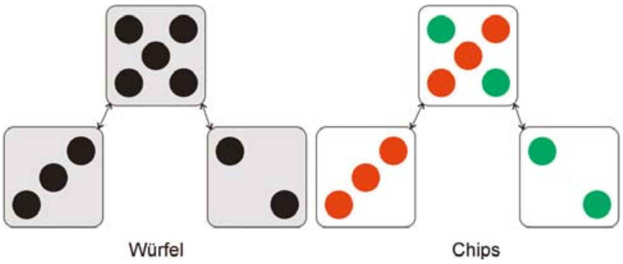
Wie lernt man Würfelbilder also richtig, um diesem Risikofaktor „Defizite in der Entwicklung des kardinalen Aspekts der Zahl“ möglichst zu entgehen?



Würfelbilder haben eine Struktur, und es gilt, mit dem Kind diese Strukturen zu erarbeiten. Ich demonstriere es am Beispiel der Zahl Fünf: Das Kind sollte erkennen und erklären können, dass die Anzahl Fünf aus der Anzahl Drei und der Anzahl Zwei zusammengesetzt ist.

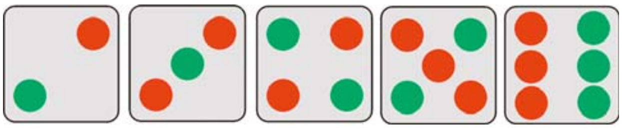
Eine entsprechende Aufgabenstellung könnte lauten: „Hier gebe ich dir drei Würfel. Ich lege dir die **Anzahl** Fünf vor. Aus welchen beiden Anzahlen (Würfelbildern) ist die Fünf zusammengebaut worden?“ Klappt dies nicht, ohne dass das Kind alles abzählen muss oder nicht weiß, was es überhaupt machen soll, nehmen Sie sich verschiedenfarbige

Chips, lassen die korrekte Lösung mit den Würfeln (die Sie dann vorgegeben haben) liegen und legen mit den Chips dann folgendes Schaubild hin:

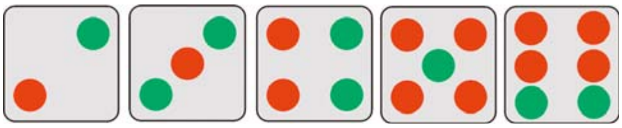


Vergessen Sie nicht, die Chips zu umrahmen, damit das Kind die Analogie zu den Würfelbildern auch erkennt.

Machen Sie sich als ErzieherIn, Eltern oder Lehrkraft ein wenig Arbeit. Kaufen Sie sich z. B. bei Discountern einige Würfel, schicken Sie Mann oder Frau zu einem Baumarkt, der oder die ein Töpfchen Farbe kauft, und malen die Punkte der Würfel an. Beispielsweise so:



Variieren Sie die Bilder! Ein verregneter Samstag-Nachmittag und das Material ist fertig. Zum Beispiel so:

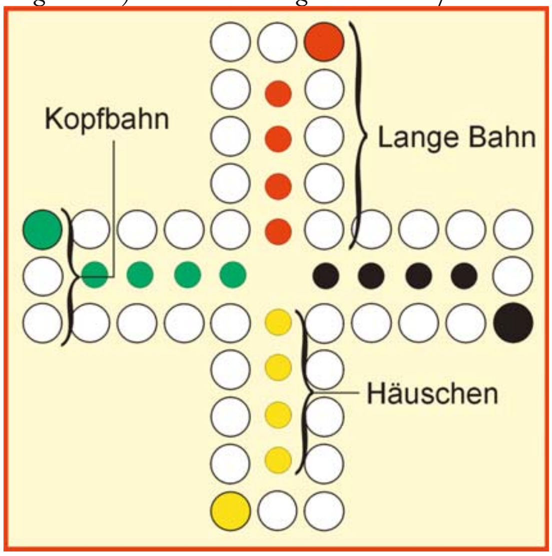


Das Kind soll sich keine Bilder einprägen, sondern die Zusammensetzung von Anzahlen: Beispielsweise die Anzahl Fünf als Zusammensetzung der Anzahl Drei und Zwei oder auch der Anzahl Vier und Eins. Spielen Sie mit diesen Würfeln mit Ihnen anvertrauten Kindern, ob zu Hause, im Kindergarten oder im Förderunterricht der Schule. Fragen Sie das Kind immer, wie die gewürfelte Zahl zusammengebaut ist. Das Kind soll verstehen, dass Zahlen aus Zahlen „zusammengebaut“ sind und nicht sofort Rechenaufgaben lösen. Rechenschwache Kinder denken bei Rechenaufgaben sofort ans Zählen, weil sie glauben, dass das „Rechnen“ ist. Also zunächst Finger weg von Rechenaufgaben.

3. Mensch ärgere dich nicht: Falsch und richtig gespielt

„Falsch“ und „richtig“ verwendet so mancher bei einem Spiel synonym mit „verloren“ oder „gewonnen“. Das ist hier nicht gemeint. Aber was haben die Würfelbilder nun mit dem Spiel zu tun, das ich hier besprechen will, und wie kann man den kardinalen Aspekt der Zahl und damit die Grundlage allen Rechnens im Anfangsunterricht am **Beispiel** dieses klassischen Kinderspiels fördern?

Wir betrachten zunächst das Spielbrett: Den „Startplatz“, in dem die eigenen Spielfiguren stehen, können wir für die Betrachtung außer Acht lassen (es ist nur Regelwerk). Die Aufteilung ist achsensymmetrisch:



Die Kopfbahnen bestehen aus jeweils drei, die langen Bahnen aus fünf und die Häuschen aus vier Feldern. Für die Betrachtung des Spiels, wie man es richtig spielt, wird das wichtig werden.

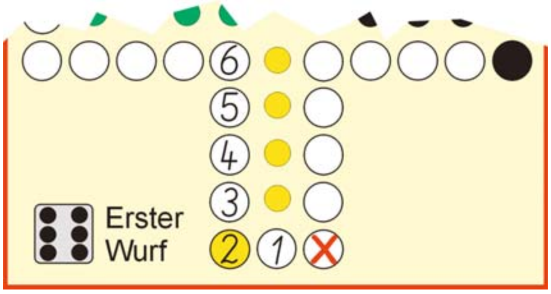
Mensch ärgere dich nicht – falsch gespielt

Damit sind **keine** Regelverstöße gemeint (und Schummeln sowieso nicht)!

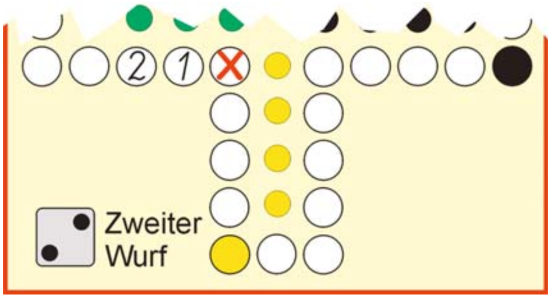
Der am häufigsten geschilderte Fehler ist, dass das Kind das Feld, auf dem seine Puppe steht, mitzählt. Es zählt also „eins“, bevor es überhaupt ein Feld nach vorne gegangen ist. Man sollte auf diesen Fehler auf keinen Fall so reagieren, dass man dem Kind „erklärt“, dass es erst dann anfangen darf zu zählen, wenn es die Puppe ein Feld weiter gesetzt hat. Es ist gewissermaßen ein vom Kind nicht eingesehenes „Schema“, das es befolgen mag oder auch nicht. Versuchen Sie es so: Das Kind soll sich einmal hinstellen. Geben Sie ihm nun die Anweisung, es soll einen Schritt nach vorne gehen. Das dürfte kein Problem sein. Nehmen Sie sich nun einen Würfel und fordern Sie das Kind auf, genau so viele Schritte nach vorne zu gehen, wie es an Augen gewürfelt hat. Zählt das Kind nun „eins“, bevor es einen Schritt gemacht hat, stoppen Sie das Kind und fragen nach, etwa: „Du hast eins gesagt und stehst immer noch am selben Ort. Hast du denn jetzt wirklich schon einen Schritt nach vorne gemacht?“ In aller Regel hat sich das Problem damit geklärt. Geht das Kind einen Schritt nach vorne und sagt dann eins, stoppen sie das Kind ebenfalls und erklären ihm, dass es erst dann eins gesagt hat, als es einen Schritt weitergegangen ist, seinen ursprünglichen Standort also verlassen hat. So weit zu diesem, eher einfachen Fehler. Jetzt zu dem schwerwiegenderen, und das betrifft einen ganz zentralen Teil des kardinalen Aspekts der Zahl, nämlich den, dass Zahlen aus Zahlen zusammen„gebaut“ sind.

Angenommen das Kind würfelt eine Sechs. Das Kind nimmt seine Puppe (hier als Kreuz markiert) und zählt sechs Felder weiter, wobei es jedes Feld mit der

Puppe berührt und den entsprechenden Zahlnamen zuordnet. Vom Regelwerk des Spiels aus betrachtet im Prinzip alles in Ordnung. Manch einer wird sagen: „Das mache ich doch



auch so!“ Mag auch sein. Das Kind darf noch einmal würfeln. Es würfelt eine Zwei. Es nimmt seine Puppe und verfährt wie beim vorherigen Wurf: Es tippt jedes Feld einzeln an und ordnet ihm den entsprechenden Zahlnamen zu.



Wieder keine Regelwidrigkeit. Alles scheint bestens zu laufen. Kann so sein, muss es aber nicht. Warum? Drei Dinge können hier schief laufen oder ganz anders verstanden sein, als man sich dies beim Kind wünscht:

1. Das Kind kann die Anzahl Zwei nicht simultan erfassen, setzte also seine Puppe bei Augenzahlen bis drei nicht spontan (das bedeutet in einem Zug) die entsprechende Anzahl von Feldern weiter.
2. Wie schon bei den Würfelbildern erwähnt, identifiziert es die Anzahlen Sechs und Zwei nicht als Gesamtanzahl, sondern ordnet jedem Feld eine Zahl zu, ähnlich dem ordinalen Aspekt der Zahl (also der Erste, der Zweite, der Dritte usw.).
3. Das Kind hat einen zentralen Teil des kardinalen Aspekts der Zahl nicht oder noch nicht verstanden, dass Zahlen aus Zahlen zusammen „gebaut“ sind (in unserem Beispiel die Zahl Sechs aus der Zahl Fünf und Eins).

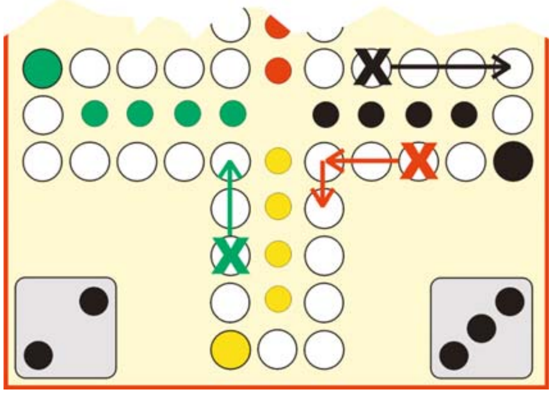
Bei allen drei Punkten handelt es sich um Risikofaktoren, die eine spätere Rechenschwäche/Dyskalkulie zur Folge haben können, weil dem Kind grundlegende Kenntnisse zum Gebrauch von Zahlen und vor allen Dingen zum Zahlaufbau selbst fehlen (also die Zahl Sechs als Fünf und Eins oder Drei und Drei usw., wie es schon bei den Würfelbildern beschrieben wurde). Hat das Kind in der ersten Klasse dieses Entwicklungsdefizit und soll dann Rechenaufgaben lösen, greift es nahezu notwendig zum einzigen Mittel, das es zum Lösen dieser Aufgaben zur Verfügung hat: Es zählt die Aufgaben einfach ab. Es entwickelt sich ein „Zählkind“, und damit hat das Kind gewissermaßen notgedrungen die erste Eintrittskarte in eine sich anbahnende Rechenschwäche gelöst. (Das liegt natürlich nicht nur am falschen Umgang mit diesem einen Spiel, es ist hier nur ein Beispiel.) Und damit stellt sich dann die Frage, was dieses Spiel leisten kann, um diesen Risikofaktoren vorzubeugen.

Mensch ärgere dich nicht – richtig gespielt

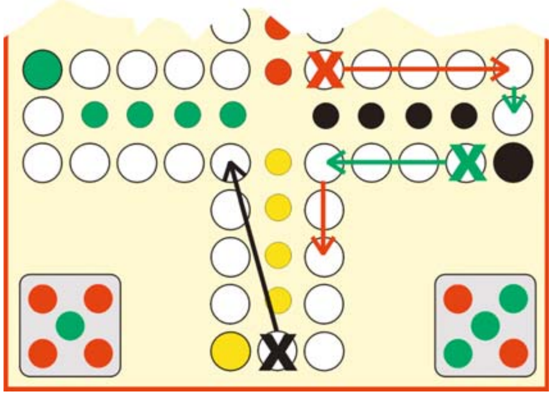
Grundvoraussetzungen

1. Das Kind sollte spontan die Würfelbilder beherrschen und auch die Zusammensetzung der entsprechenden Anzahlen (siehe das Kapitel zu den Würfelbildern).
2. Dem Kind wird der Aufbau des Spielfeldes genau erläutert (Kopfbahnen entsprechen 3 Feldern, lange Bahnen 5 Feldern und die Häuschen haben 4 Felder – siehe hinten).

Im Folgenden werden einige Spielsituationen vorgestellt, wie das Kind seine Puppe in Zusammenhang mit den Würfelbildern ziehen soll. Beim Würfelbild der Zahl Zwei sollte das Kind von jeder beliebigen

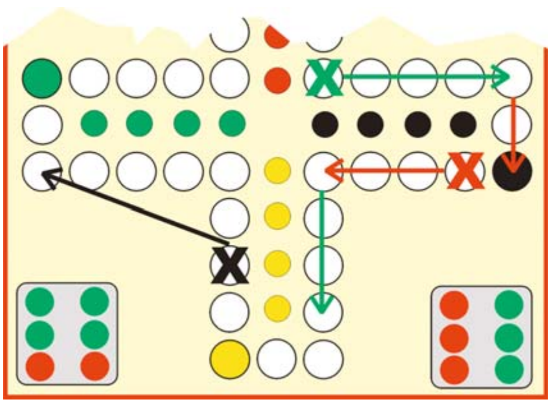


Position aus spontan (das bedeutet NICHT einzeln abzählend) zwei Felder weiterziehen. Dies sollte auch bei dem Würfelbild Drei gelingen. Tut es das nicht, kann als Vorstufe die Variante Zwei plus Eins gewählt werden. Ziel bleibt es aber, dass das Kind die Drei in einem Zug bewältigt. Sinn und Zweck dieser Vorgehensweise ist, dass das Kind lernt, die Anzahlen Zwei und Drei simultan zu erfassen. Nehmen wir ein weiteres Beispiel: Das Kind würfelt eine Fünf.



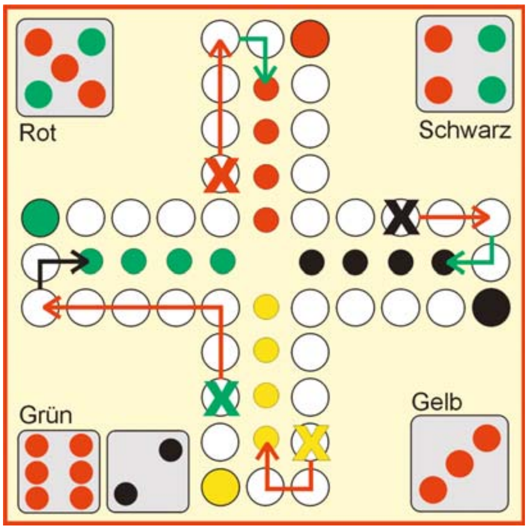
Steht die Spielfigur des Kindes unmittelbar vor einer langen Bahn (schwarz), soll es die fünf Felder in einem Zug vorangehen, weil es gelernt hat, dass die lange Bahn aus fünf Feldern besteht. Steht die Puppe wie im grünen Beispiel, soll das Kind simultan zunächst drei und dann zwei Felder weiterziehen. Das Kind muss dabei die Struktur des Würfelbildes der Zahl Fünf als drei plus zwei auf der Bahn wiederentdecken und die Züge entsprechend ausführen. Steht die Figur wie im roten Beispiel, soll das Kind von seiner Position ausgehend erkennen, dass es hier die Anzahl Fünf in vier und eins zerlegen muss und dies ebenfalls auf die Struktur des Würfelbildes übertragen können. Damit dies gelingt und auch als Übung für den Zahlaufbau um eins (Seriation), muss das Kind begriffen haben (oder begreifen lernen), dass die Anzahl Vier genau einer weniger ist als fünf und sich von daher das simultane Ziehen von zunächst vier Feldern anbietet.

Ein weiteres Beispiel mit dem Würfelbild der Zahl Sechs:



Im Prinzip gilt hier ebenfalls alles bereits oben schon Ausgeführte: Die schwarze Spielfigur wird in einem Zug weitergezogen. Das Kind soll lernen, dass die lange Bahn aus fünf Feldern besteht und dass die Anzahl Sechs einer mehr ist als fünf und dass es deshalb ans Ende der langen Bahn kommt. In den beiden anderen Fällen zerlegt das Kind die Anzahl Sechs gemäß seiner Spielposition einmal in vier und zwei (wobei es die vier als einer weniger als fünf identifizieren soll) und einmal in drei und drei (jeweils simultan erfasst). Auch hier sollte das Kind die Struktur der Bahn auf die Struktur des Würfelsbildes übertragen können. Nachfragen lohnt sich hier immer, etwa: „Wie hast du das denn auf dem Würfel gesehen?“ Die richtige Antwort könnte dann lauten: „Oben sind vier und unten zwei“ oder „links sind drei und rechts sind drei, das sind zusammen sechs.“ Lassen Sie sich vom Kind dann die entsprechenden Züge nochmals auf dem Spielfeld zeigen, um sicher zu gehen, dass es die Zerlegungen auch wirklich verstanden hat.

Beim letzten Beispiel drehen wir die Situation um. Wir gehen nicht von einem bestimmten Würfelbild aus, sondern von einer ganz bestimmten Spielsituation, die eine entsprechende Augenzahl beim Würfeln verlangt (beispielsweise um einen Mitspieler rauszuwerfen oder seine Figur ins eigene Haus zu bekommen).



Dargestellt ist hier das Beispiel, wie viele Augen das Kind werfen muss, um seine Spielfigur ins Haus zu bekommen. Dies soll das Kind NICHT abzählend ermitteln können. In solchen Spielsituationen sollte man das Kind unbedingt fragen, wie viele Felder es noch zu bewältigen hat und unbedingt darauf achten, WIE es die Anzahl ermittelt. Rot benötigt eine Fünf, ermittelt als drei plus zwei. Schwarz eine Vier, ermittelt als zwei plus zwei. Gelb muss eine Drei würfeln, simultan erfasst. Grün hat es am schwersten, seine Figur sicher im Haus unterzubringen. Es wird eine Sechs gebraucht (erfasst als fünf Felder der langen Bahn und ein Feld dazu) und im nachfolgenden Wurf eine Zwei (simultan erfasst).

Fazit

„Mensch ärgere dich nicht“ richtig gespielt schult den kardinalen Aspekt der Zahl, der bei defizitärer Entwicklung ein bedeutender Risikofaktor für die Entstehung eines nicht rechnenden, sondern abzählenden Kindes ist und im weiteren Verlauf der Entwicklung mathematischer Kompetenzen zu einer Rechenschwäche führen kann. Geschult und trainiert wird die Simultanerfassung von zwei und drei Gegenständen, der grundlegende Zahlaufbau um die Ureinheit Eins (die Vier als einer weniger als fünf, die Sechs als einer mehr als fünf etc.), erste Zahlzerlegungsstrategien (die Fünf als drei und zwei, die Sechs als drei und drei oder vier und zwei etc.).

Die Kenntnis über den Aufbau von Zahlen ist eines der grundlegenden „Werkzeuge“ für das verständige Erlernen des Rechnens – und zwar ohne abzuzählen! Ein Kind, das nicht weiß, dass die Zahl Fünf aus zwei und drei zusammengebaut ist, wird bei der Aufgabe $3 + 2 = ?$ sofort in Zählstrategien flüchten müssen, um das Ergebnis zu ermitteln.

Vielleicht mag der eine oder andere jetzt denken: „Na das wäre schön, wenn die Kinder dies mit fünf Jahren beherrschen würden!“ Meine Antwort darauf lautet: „Ja das wäre es wirklich.“ Deshalb dieser anleitende Artikel, weil das Spiel immer wieder falsch gespielt wird und viele Eltern (aber auch Lehrkräfte und ErzieherInnen) nicht wissen, warum. Ich hoffe, er hilft weiter.

Von schlechten Ratschlägen, die gut gemeint sind

Zum Rechnen mit Ziffern anstelle von Zahlen in den ersten beiden Grundschulklassen Schau mal, das ist genau das Gleiche wie ...

Alexander von Schwerin, Mathematisches Institut München

Das fängt an in der ersten Klasse: Der Zahlenraum wird um die Zahlen von 10 bis 20 erweitert. Schülern, die bisher im Zahlenraum bis 10 mehr oder weniger mühsam an den Fingern gezählt haben, erwächst ein neues Problem: Die Finger reichen nicht mehr aus. Die neuen Zahlen sind ihnen zu groß; sie kennen die Zahlwortreihe noch nicht auswendig und können daher auch noch nicht im Kopf hochzählen. Hilfsbereite Erwachsene geben in dieser Situation folgenden Rat: Wenn Du **14 + 4** rechnen sollst, dann rechnest Du einfach 4 + 4 (das wissen sowieso die meisten Kinder auswendig) und dann holst du den Zehner wieder dazu. Das stimmt dann.

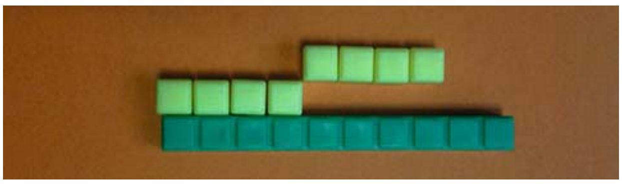
Was genau ein Zehner ist, bleibt bei dieser Methode im Ungewissen. Der Schüler merkt sich ohnehin nur: Die Eins vor das Ergebnis schreiben. So kommt beim Kind der Eindruck auf, die „neuen" Aufgaben seien nur eine lästige Wiederholung der bislang schon bekannten, bloß mit der 1 davor. Außerdem dürfe man nicht vergessen, auch immer „zehn" nach dem Ergebnis zu sagen. Sie haben keine Ahnung, dass die Aufgabe im Zehnerbereich zwischen 10 und 20 angesiedelt ist.

Nicht anders ist zu erklären, dass ein Gutteil der von uns getesteten Erst- und Zweitklässler immer mal wieder den Zehner vergisst, und dann eben 11 + 5 = 6 herauskommt, und es fällt ihnen nichts auf!

Die Rechnung 14 + 4 ist durch die Hilfestellung auch nur scheinbar einfacher geworden. In Wirklichkeit muss man zuerst den Zehner (und wenn es nur die „1" ist) gedanklich auf die Seite stellen, dann mit 2 einstelligen Zahlen rechnen resp. zählen, dann den Zehner (die „1") wieder davor schreiben.

Man stelle sich die Rechnung mit Zehnerstange und Einerwürfeln vor: Die Zehnerstange vor der Addition der 4 Einer wegzulegen, um sie danach zurückzulegen, wäre überflüssig.

Der Sache nach ist es nicht nur einfacher, gleich 14 + 4 rechnen, indem man die 14 als Zahl anerkennt, sie als Ausgangspunkt der Rechnung nimmt. Es wird durch diese Operation auch eine Größenvorstellung im Zahlenraum bis 20 erarbeitet.



Schwieriger?

Einfacher?

Der Vorteil des Auseinandernehmens der Zahl 14 wird vom Schüler – und offenbar auch vom Erwachsenen – jedoch darin gesehen, dass man es dann jeweils nur mit einstelligen Zahlen zu tun hat. Und genau dieser Umstand, die Zahlen nicht in ihrer wirklichen Größe zu „verarbeiten", stellt die Falle für rechenschwache Schüler dar. Sie haben das Bündelungsprinzip nicht verstanden, wissen nicht, dass 1 Z 10 Einer zusammenfasst. Das Trennungsangebot zwischen Einern und Zehnern nehmen sie wahr als eines zwischen ***zwei Zahlen***: aus der zweistelligen Zahl 18,beispielsweise, wird durch die kindliche Rechnung eine 1 und eine 8.

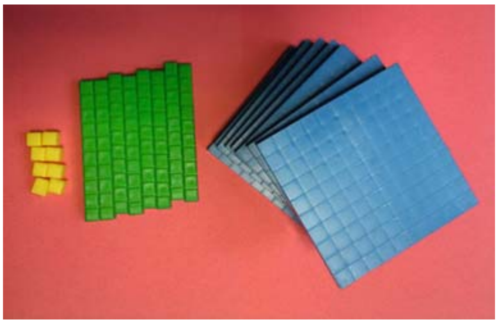
Damit ist die ursprüngliche Zahl in Bezug auf ihre Größe endgültig „um die Ecke gebracht". Durchaus folgerichtig kann **18 + 5** auf diese Weise **113** ergeben, denn 8 + 5 = 13; davor wird die 1 gesetzt, die man ja zuvor „weggelegt" hat.

Durch die Abtrennung des Zehners entsteht beim Zehnerübergang der Subtraktion für unseren Erstklässler auch noch ein anderes Problem: Was tun, wenn zu rechnen ist **15 – 7**? Nach dem routinierten Wegdenken der Zehn müsste man ja nun 5 – 7 rechnen. Manche Schüler lesen die Rechnung sogleich als 7 – 5, so kennt man sie schließlich. Andere erinnern sich an das Gebot, immer nur von der größeren die kleinere Zahl abzuziehen. Aber: „Irgendetwas" muss ja gerechnet werden, also dreht man die Rechnung bewusst um zu: 7 – 5 unter dem Motto: „Was nicht passt, wird passend gemacht." Oder der Schüler ergänzt: 5 + wie viel ist 7. Die ergänzte 2 wird festgehalten. In allen Fällen ergibt sich auf der Einerstelle 2, die „weggelegte" Zehn wieder dazu, erhält man als Ergebnis **12**. Das stimmt dann nicht. Aber so wird der **Klappfehler** „geboren".

Unter dem „Klappfehler" versteht man die Umdrehung der Rechenrichtung auf dem Stellenwert einer Minus-Rechnung, auf dem eine Stellenunterschreitung nötig wäre.

Noch zwei Beispiele hierzu: 45 – 26 = 21 oder 124 – 34 = 110

Die guten Ratschläge gehen dann weiter in der 2. Klasse: Der Zahlenraum wird bis 100 erweitert. Zunächst werden so scheinbar einfache Aufgaben wie 50 + 30 gerechnet. Die Zahlen sind dem rechenschwachen Kind zu groß und auch unbekannt. Die hilfsbereiten Erwachsenen empfehlen: Rechne doch 5 + 3, dann hängst Du eine 0 dran. Und das Ergebnis stimmt. Diese seltsame Rechnung kann man sich mit Zehnerstangen schon gar nicht mehr vergegenständlichen.



Rein theoretisch könnte bei dieser Logik auch 50 + 30 = 800 herauskommen, eine 0 für jeden Summanden wird angehängt.

Welche Botschaft kommt aber in jedem Fall an? Einer und Zehner sind dasselbe, bloß haben die Zehner eine 0 rechts.

Die Fortführung dieses „Rechentricks“ beim Addieren von zweistelligen Zahlen funktioniert dann so, dass Einer und Einer sowie Zehner und Zehner je für sich zusammengezählt werden, oft auch als einstellige Zahlen. Danach werden die beiden Teilergebnisse zu einer Zahl zusammengesetzt.

Bsp.: **42 + 53** 2 + 3 = 5 und 4 + 5 = 9, also **95**, oder auch **59**, oder auch 77, denn ob der Schüler „links mit links und rechts mit rechts“ oder aber „innen mit innen und außen mit außen“ addiert, ist in beiden Fällen gleich begriffslos.

Die nächste Schwierigkeitsstufe im Auseinandernehmen und Zusammenbauen von Zahlen ist dann der Zehnerübergang mit 2 zweistelligen Summanden:

Bsp.: **45 + 46**

45 + 46 = 811 wäre eine einschlägige Möglichkeit, da 4 + 4 = 8 und 5 + 6 = 11.

45 + 46 = 109 könnte sich ergeben, wenn man die Methode „innen mit innen und außen mit außen“ favorisiert.

45 + 46 = 91 kommt heraus, wenn man 5 + 6 = 11 rechnet und den einen Zehner zu 4 + 4 addiert. Dass dieses Ergebnis richtig ist, sollte nicht vergessen machen, dass auch hier nicht mit der ganzen Zahl gerechnet wurde. Der Schüler rechnet nur mit einstelligen Zahlen und hält sich auf diese Weise noch im Zahlenraum bis 20 auf: Mehr als 9 + 9 kann es ja nicht werden.

Genau deswegen aber sollte man diesen Rechenweg kritisieren.

Die größte Herausforderung an die „kreative Problemlösung“ stellt der Zehnerübergang mit Minus dar:

Bei der Aufgabe **65 – 49** ergibt sich zum Beispiel mit dem oben dargelegten Klappfehler **24** (6 – 4 = 2 und 9 – 5 = 4)

Viele Schüler rechnen auch so: **65 – 49** = 60 – 40 – 9 – 5 = **6**. Da es eine Minusaufgabe ist, werden alle Bestandteile abgezogen.

Mit der Methode der Trennung von Einer- und Zehnerstelle ist eine solche Aufgabe nur sehr kompliziert zu berechnen: Wenn man merkt, dass auf der Einerstelle 5 – 9 nicht berechnet werden kann, rechnet man 15 – 9 = 6, zieht den geborgten Zehner auch ab (6 – 4 – 1 = 1) und erhält so das richtige Ergebnis **16**. Auch das haben uns 2.-Klässler schon vorgerechnet. Aber ein so mechanischer Rechenweg stellt nicht nur hohe Anforderungen an die Konzentration, er verhindert auch, dass sich der Schüler rechnend durch den Zahlenraum bewegt und ihn dadurch in seiner jeweiligen Größenordnung kennen lernt.

Unsere Bitte an Eltern und Lehrer lautet daher, gerade wenn man Schwierigkeiten der Kinder bemerkt, ihnen nicht die Zerlegung des ersten Summanden sowie des Minuenden zu empfehlen.

Der von uns empfohlene Rechenweg bei unserer letzten Beispielsaufgabe lautet:

65 – 49 = 65 – 40 – 5 – 4, denn hier ist die Zahl im Minuenden, 65, wirklicher Ausgangspunkt der Rechnung. Auf dem Zahlenstrahl vorgestellt, würde man sich bei diesem Rechenweg von 65 aus konsequent nach links bewegen. Die vorgestellten Rechnungen mit Ziffern lassen sich bezeichnenderweise am Zahlenstrahl nicht darstellen.

Voraussetzung für dieses wirkliche Kopfrechnen ist, dass der Zahlenraum erarbeitet und kennen gelernt wurde, das Bündelungsprinzip unseres Stellenwertsystems muss verstanden sein[1]. Auf Rechenergebnisse sollte so lange verzichtet werden, wie der Schüler vom Zahlenraum, in dem sich seine Rechenaufgabe bewegt, keine Vorstellung hat.

[1] *Die Übung, dass in der zweiten Klasse die Stellenwerte benannt werden sollen, indem die Schüler die Buchstaben „E“ und „Z“ richtig unter die entsprechenden Ziffern schreiben, sagt gar nichts über das Verständnis des Zahlaufbaus aus. Dazu muss man nur rechts – links unterscheiden können und sich die Anordnung merken.*

Verein für Lerntherapie und Dyskalkulie. e.V.

Internet:
www.dyskalkulie.de
E-Mail:
verein@dyskalkulie.de

Impressum:
Herausgeber: Verein für Lern- und Dyskalkulietherapie, München, Brienner Straße 48
Redaktion: Alexander v. Schwerin (verantwortlich), Beate Lampke, München
Christian Bussebaum, Elke Focke, Düsseldorf;
Wolfgang Hoffmann, Dortmund; Rudolf Wieneke, Berlin
Layout und Satz: Schmidt Media Design, München

Wer die Grundrechenarten nicht versteht, scheitert an der Bruchrechnung

Andreas Schwinge, Osnabrücker Zentrum

Wissenslücken wachsen sich nicht aus, dies liegt schon am hierarchischen Aufbau der Mathematik. Studien wie TIMSS 2007 belegen es ganz deutlich: Vier Prozent der Schüler/innen der 4. Jahrgangstufe „verfügen nur über rudimentäres mathematisches Anfangswissen“ (Bos, W., Baumert, J. u.a.: TIMSS 2007 – Zusammenfassung, timss.ifs-dortmund.de/ergebnisse.html)

Fehlverständnisse im Basisstoff begleiten rechenschwache Grundschüler zwangsläufig in die weiterführende Schule. Beobachtungen im Klassenverband sind: Beim Rechnen benötigen sie mehr Zeit als ihre Mitschüler, unrealistische Ergebnisse fallen ihnen nicht auf, Kopfrechenaufgaben und Sachaufgaben sind verhasst, Rechenvorteile werden nicht erkannt, Gleichungen mit einer Unbekannten bleiben häufig ungelöst, Multiplizieren mit und Dividieren durch Zehnerpotenzen gelingt nur stur nach dem Schema „Nullen dranhängen oder streichen“, Aufgaben mit zweistelligem Teiler provozieren viele Nebenrechnungen und das Umrechnen von Größen führt zu absurden Dezimalzahlen.

Doch nicht bei allen rechenschwachen Jugendlichen sind die Probleme so offensichtlich. Gerade leistungsstarke Schüler haben in der Grundschulzeit einen ganzen Fundus an Schemata stur auswendig gelernt, um die gestellten Anforderungen zu bewältigen. Erst im Stoff der 5./6. Klasse werden die gravierenden Verständnislücken so richtig auffällig. Es hagelt Fünfen und Sechsen in Klassenarbeiten.

Gar nicht untypisch ist die Situation von Jan. Er besucht die 6. Klasse eines Gymnasiums. Vor jeder Klassenarbeit wird gebüffelt und seit einem Jahr erhält er Nachhilfe. Das Geübte bleibt nur durch stetige Wiederholung präsent. Seit der Einführung der Bruchzahl und des Bruchrechnens haben sich Jans Noten trotz aller Bemühungen erheblich verschlechtert.

In der qualitativen Lernstandsdiagnostik ergibt sich u.a. Folgendes:

16 – 9 wird mühsam über die Verdoppelung von neun berechnet: „9 + 9 = 18, 18 – 2 = 16, 9 – 2 = 7.“

Die Bitte, 16 – 9 mit Material zu zeigen, löst bei Jan Ratlosigkeit aus. Zögerlich legt er eine Reihe mit 16 Steckwürfeln und darunter 9 weitere Steckwürfel.

1212 : 12 = 11, „Weil 12 : 12 = 1.“
25 ·4 = 820, „Denn 2·4 = 8 und 5·4 = 20.“
401 – 398 „Das muss ich schriftlich rechnen.“

Schätze, wie viel 9·899 ist. „Im Kopf weiß ich, dass 9·8=72 und 9·9=81 ist, aber was mache ich mit der anderen 9·9?“

399 + 399 = 698, „300 + 300 sind schon 600 und 9 + 9 sind 18, dann kommt zwei weniger als 700 raus.“

2 km + 85 m = 285 km, „Die km sind größer, die schreibt man zuerst.“

Teile $\frac{2}{4}$ l Saft auf zwei Leute auf. Wie viel bekommt jeder? „Jeder bekommt $\frac{1}{2}$ Liter.“

Wer wesentliche Elemente im Bereich der natürlichen Zahlen nicht verstanden hat, dem fehlt schlichtweg das Rüstzeug für die Zahlenraumerweiterung auf rationale Zahlen, auf Brüche und Dezimalzahlen. So geht es Jan. Sein Rechenverständnis weist massive Defizite in den Grundrechenarten und im dekadischen Stellenwertsystem auf. Mathematik in der 6. Klasse bedeutet für ihn neue Tricks und Schemata zu pauken. Will man dies vermeiden, dann wäre mit Jan das fehlende Basiswissen und seine Anwendung in aufbauenden Stoffgebieten zu erarbeiten.

IML

Institut für Mathematisches Lernen Braunschweig

Beratungs- und Forschungseinrichtung zur Diagnose, Therapie und Prävention der Rechenschwäche/Dyskalkulie

- Qualitative Förderdiagnose
- Wissenschaftliche Beratung
- Integrative Lerntherapie
- Spezifische Lehrerfortbildung

So erreichen Sie das IML Braunschweig
38100 Braunschweig, Steinweg 4 (Haltestelle Rathaus)
Telefon 05 31-12 16 77 50, Fax 05 31-12 16 77 59
per E-Mail: info@iml-braunschweig.de
im Internet: http://www.iml-braunschweig.de
Telefonsprechstunde: Di–Do, 12–14 Uhr
(nicht in den Ferien)

Schulinterne Lehrkräftefortbildung (SchiLF)

Das IML Braunschweig ist offizieller Fortbilder der Landesschulbehörde und bietet für Lehrkräfte, Ärzte und Beratungsstellen verschiedene Fortbildungsmodule an:

- **Qualitative Diagnostik von Rechenschwäche**
  Erkennen von Dyskalkulie im diagnostischen Gespräch
- **Prävention/Vorbeugung in der ersten Klasse**
  Prozessbegleitende Beobachtung und Gegenstrategien
- **Rechenschwäche in der Sekundarstufe I**
  Probleme mit Dyskalkulie in weiterführenden Schulen
- **Umsetzung des Kultusminister-Erlasses**
  Dokumentation der individuellen Lernentwicklung

Haben Sie Interesse an einer Veranstaltung, so fordern Sie von uns bitte unser ausführliches Fortbildungsprogramm an.

Abonnement unserer halbjährlichen Zeitschrift

Der Bezug von „Kopf und Zahl“ ist beim IML Braunschweig sowohl in elektronischer als auch in gedruckter Form möglich. Bitte beachten Sie hierfür das beiliegende Bestellformular.

Das IML Braunschweig ist Mitglied im

Arbeitskreis des Zentrums für angewandte Lernforschung (gemeinnützige Gesellschaft mbH)

http://www.arbeitskreis-lernforschung.de

Auf der Homepage finden Sie viele weitere Informationen zur Thematik Dyskalkulie, Buchtipps und einen Pressespiegel.